

Statistik 1

Übung 1

Einleitung und Ziele der Übung

Herzlich Willkommen zur Übung Statistik 1. Diese erste Übung dient dem ersten Kennenlernen und der Wiederholung einiger grundlegender mathematischer Fähigkeiten. Vieles wird Ihnen sicherlich vertraut und einfach vorkommen, manches vielleicht auch nicht. Häufig sind es auch Sachen, die Studierende in der Prüfung bzw. unter Stress gerne falsch machen. Die heutigen Aufgaben sind so gestellt, dass sie ohne Taschenrechner lösbar sind. Sie sollten aber in der Lage sein, solche Aufgaben auch mit ihrem Taschenrechner lösen zu können (insbesondere, wenn die Aufgaben komplexer werden).

Agenda

- Kurze Vorstellung Ihres Übungsleiter*in und ihrer/-s Tutor*in
- Runden
- Prozente, Brüche und Dezimalzahlen
- Betrag, Fakultät, Punkt- vor Strichrechnung und Klammern
- Potenzen und Wurzeln
- Variablen
- Summen- und Produktzeichen

1. Runden - Einführung 1

In der Psychologie berichten wir für Zahlen...

- in der Regel zwei Nachkommastellen (NKS)
- bei sehr kleinen Werten (z.B. p -Werte) drei NKS
- oder (z.B. bei Stichprobengrößen) keine NKS

... entsprechend müssen wir auch runden.

1. Runden - Einführung 2

Da Psycholog*innen häufig auf Englisch publizieren und die meisten Statistprogramme mit einem Punkt (.) die NKS abtrennen, wird dies in der Übung und Vorlesung ebenso gehandhabt. Wenn Sie Kommas verwenden, wird Ihnen in der Prüfung aber nichts abgezogen.

In der Software werden NKS, die 0 sind, meistens nicht angezeigt, in Berichten oder ähnlichem sollten diese aber angegeben werden. Zum Beispiel (2 NKS) nicht 0 sondern 0.00.

Wenn ein Wert kleiner als die Rundungsgenauigkeit ist, ergänzt man häufig (insbesondere bei p -Werten) ein $<$ vor der Zahl um zu signalisieren, dass der Wert nicht 0 ist. Zum Beispiel (3 NKS) und die Originalzahl 0.0001, wird $< .001$ geschrieben.

1. Runden - Einführung 3

- Immer Aufrunden (Richtung $+\infty$) (z.B. bei benötigten Packungen)
 - Immer auf die Zahl runden, für die $x_{ursprünglich} \leq x_{gerundet}$ gilt
- Immer Abrunden (Richtung $-\infty$) (z.B. bei Altersangaben in Jahren)
 - Immer auf die Zahl runden, für die $x_{ursprünglich} \geq x_{gerundet}$ gilt
- Kaufmännisches Runden (wie zumeist in der Schule)
 - *Abrunden* : bei 0, 1, 2, 3, 4
 - *Aufrunden*: bei 5, 6, 7, 8, 9
 - *für negative Zahlen*: Runden wie für die positiven und dann das Minuszeichen ergänzen

1. Runden - Einführung 4

- **Symmetrisches Runden (z.B. in R/Statistikprogrammen)**
 - Grundsätzlich wie kaufmännisches Runden, aber bei 5 (ohne weitere Ziffer danach) wird immer in Richtung der benachbarten geraden Zahl gerundet
 - Beispiel: 3.5 gerundet (0 NKS) ist 4
 - Beispiel: 2.5 gerundet (0 NKS) ist 2
 - Beispiel: 2.51 gerundet (0 NKS) ist 3

1. Runden - Übungsaufgaben

Runden Sie die folgenden Zahlen auf die angegebenen Nachkommastellen (NKS), nach der angegebenen Variante!

Variante	NKS	Zahl		Ergebnis
Aufrunden	1	0	$\approx$	
Symmetrisch	1	2.25	$\approx$	
Abrunden	0	-3.4	$\approx$	
Symmetrisch	1	-4.448	$\approx$	
Kaufmännisch	3	0.0004	$<$	
Symmetrisch	2	3.126	$\approx$	
Kaufmännisch	2	10.005	$\approx$	

2. Prozente, Brüche und Dezimalzahlen - Einführung

Sie sollten in der Lage sein leichte Brüche im Kopf zu kürzen und Prozente, Brüche und Dezimalzahlen ineinander überführen zu können.

Dazu gehört auch die wissenschaftliche Notation, welche manchmal von Statistikprogrammen verwendet wird:

- Beispiel: $3.5e-1 = 0.35$
- Beispiel: $3.5e+2 = 350$

2. Prozente, Brüche und Dezimalzahlen - Übungsaufgaben

Schreiben Sie folgende Werte als Dezimalzahl. Runden Sie Ihr Ergebnis symmetrisch entsprechend der angegebenen NKS.

Wert	NKS		Ergebnis
0.1%	5	=	
$\frac{5}{2}$	1	=	
$\frac{0}{1}$	0	=	
$2.0e + 2$	2	=	
15%	3	=	
$3.5e - 1$	1	=	
$\frac{4}{6}$	2	=	

3. Betrag, Fakultät, Punkt- vor Strichrechnung und Klammern - Einführung

Für den Betrag einer Zahl (Abstand zur 0) schreiben wir $|a|$. Dieser ist stets positiv.

- Beispiel: $|3| = 3$
- Beispiel: $|-3| = 3$
- Beispiel: $|0| = 0$

Für die Fakultät einer Ganzzahl schreiben wir $a!$; diese ist das Produkt der Ganzzahl mit allen positiven Ganzzahlen, die kleiner als a sind:

$$a! = a * (a - 1) * (a - 2) * \dots * 2 * 1.$$

Die Fakultät für negative Zahlen ist nicht definiert, die Fakultät von 0 ist 1.

- Beispiel: $4! = 4 * 3 * 2 * 1$

3. Betrag, Fakultät, Punkt- vor Strichrechnung und Klammern - Übungsaufgaben

Berechnen Sie ohne Taschenrechner!

Wert		Ergebnis
5!	=	
− 2 !	=	
− 2!	=	
2 + 4!	=	
$\frac{20!}{19!}$	=	
(−1 + 4)!	=	

4. Potenzen und Wurzeln - Einführung

Potenzen

$$a^m * a^n = a^{m+n}$$

$$a^m / a^n = a^{m-n}$$

$$a^m * b^m = (a * b)^m$$

$$a^m / b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

$$(a^m)^n = a^{m*n}$$

$$a^{-|m|} = \frac{1}{a^m}$$

$$a^0 = 1, 0^m = 0, 0^0 = n. d.$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n]{a^m}$$

Wurzeln

$$\sqrt[m]{a} * \sqrt[n]{a} = \sqrt[\frac{m*n}{m+n}]{a}$$

$$\sqrt[m]{a} / \sqrt[n]{a} = \sqrt[\frac{m*n}{m-n}]{a}$$

$$\sqrt[m]{a} * \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{a * b}$$

$$\sqrt[m]{a} / \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{\frac{a}{b}}$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m*n]{a}$$

$$\sqrt[-|m|]{a} = \frac{1}{\sqrt[|m|]{a}}$$

$$\sqrt[m]{-|a|} = n. d.$$

Wenn sie diese Regel beherrschen, können Sie sich die Wurzelregeln grösstenteils sparen

4. Potenzen und Wurzeln - Übungsaufgaben

Berechnen Sie ohne Taschenrechner.

Wert		Ergebnis
3^0	=	
$2^2 * 2^3$	=	
$2^3 + 0^1$	=	
$\sqrt[3]{5}$	=	
$4^{-0.5}$	=	

5. Variablen - Einführung 1

Einfach gesagt sind Variablen Platzhalter für einen oder mehrere Werte. Stehen Sie für einen einzelnen Wert, verwenden wir in der Regel Kleinbuchstaben, zum Beispiel $x = 3$.

Bestehen Variablen aus einem Vektor (z.B. die Körpergrößen der Personen im Raum), so verwenden wir in der Regel Grossbuchstaben; für einzelne Werte innerhalb des Vektors (z.B. die Körpergrösse von Person 3) dann Kleinbuchstaben mit einem Index.

$$X = \begin{pmatrix} 1.83 \\ 1.67 \\ 1.64 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, x_1 = 1.83, x_2 = 1.67, x_3 = 1.64$$

Wir treffen keine Unterscheidung zwischen Spalten- und Zeilenvektoren in diesem Jahr.

5. Variablen - Einführung 2

Wollen wir 2 Dimensionen darstellen (da wir mehr als ein Merkmal haben), sprechen wir von einer Matrix. Wichtig ist, dass für diese “Merkmals-”Dimension eine weiterer Index hinzukommt. Beispiel: Körpergrösse und Gewicht von drei Personen:

$$X = \begin{pmatrix} 1.83 & 84 \\ 1.67 & 63 \\ 1.64 & 65 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \\ x_{31} & x_{32} \end{pmatrix}$$

$$x_{11} = 1.83, x_{12} = 84$$

$$x_{21} = 1.67, x_{22} = 63$$

$$x_{31} = 1.64, x_{32} = 65$$

$$x_{1\bullet} = (1.83 \quad 84)$$

$$x_{2\bullet} = (1.67 \quad 63)$$

$$x_{3\bullet} = (1.64 \quad 65)$$

$$x_{\bullet 1} = \begin{pmatrix} 1.83 \\ 1.67 \\ 1.64 \end{pmatrix} \quad x_{\bullet 2} = \begin{pmatrix} 84 \\ 63 \\ 65 \end{pmatrix}$$

5. Variablen - Einführung 3

Wir werden hauptsächlich Skalare (Variablen mit nur einem Wert) mit Vektoren und Matrizen addieren oder multiplizieren und verschiedene Vektoren addieren. Mehr lineare Algebra ist zunächst nicht nötig. Wenn wir einen Skalar mit einem Vektor oder einer Matrix addieren, erhöhen wir den Wert jedes Elements des Vektors (oder der Matrix) mit dem Wert des Skalars.

- Beispiel: $x_{\bullet 2} + 2 = \begin{pmatrix} 84 & 63 & 65 \end{pmatrix} + 2 = \begin{pmatrix} 86 & 65 & 67 \end{pmatrix}$

Wenn wir einen Skalar mit einem Vektor oder einer Matrix multiplizieren, multiplizieren wir den Wert jedes Elements des Vektors (oder der Matrix) mit dem Wert des Skalars.

- Beispiel: $0.1 * x_{\bullet 2} = 0.1 * \begin{pmatrix} 84 & 63 & 65 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8.4 & 6.3 & 6.5 \end{pmatrix}$

Vektoren können nur addiert werden, wenn sie dieselbe Anzahl an Elementen aufweisen. Wenn dies gegeben ist, werden Elemente mit dem gleichen Index addiert.

- Beispiel: $x_{1\bullet} + x_{2\bullet} = \begin{pmatrix} 1.83 & 84 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1.67 & 63 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.50 & 147 \end{pmatrix}$

5. Variablen - Übung

$$X = \begin{pmatrix} 1.83 & 84 & 0 \\ 1.67 & 63 & 0 \\ 1.64 & 65 & 1 \end{pmatrix}$$

$x_{32} =$

$x_{3\bullet} =$

$0.5 * x_{3\bullet} =$

6. Summen- und Produktzeichen - Einführung 1

Das Summenzeichen

$$\sum_{\text{Zählvariable}=\text{Startwert}}^{\text{Endwert}} \text{Werte}$$

- Beispiel:

$$\sum_{i=1}^3 4 = 4 + 4 + 4 = 12$$

-Beispiel:

$$X = (5 \quad 4 \quad 8)$$

$$\sum_{i=1}^3 x_i = x_1 + x_2 + x_3 = 5 + 4 + 8 = 17$$

6. Summen- und Produktzeichen - Einführung 2

Summenzeichen können auch geschachtelt werden.

$$\sum_{z_1=s_1}^{e_1} \sum_{z_2=s_2}^{e_2} Werte_{s_1,s_2}$$

-Beispiel:

$$X = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 6 & 1 \\ 1 & 3 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 x_{ij} &= (x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14}) + (x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24}) + (x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34}) \\ &= (2 + 4 + 3 + 2) + (4 + 5 + 6 + 1) + (1 + 3 + 5 + 0) \\ &= 36 \end{aligned}$$

Produktzeichen $\prod$ folgen (ausser dass multipliziert wird) den gleichen Regeln wie Summenzeichen.

6. Summen- und Produktzeichen - Übung 1

$$X = (0 \quad 2 \quad 1 \quad 3)$$

Gleichung		Ergebnis	Gleichung		Ergebnis
$\sum_{a=1}^4 x_a$	=		$\prod_{k=1}^4 x_k$	=	
$\sum_{j=2}^3 x_j$	=		$\prod_{p=1}^4 x_4$	=	
$\sum_{a=1}^4 x_a^2$	=		$(\sum_{k=1}^4 x_k)^2$	=	

6. Summen- und Produktzeichen - Übung 2

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Gleichung	Ergebnis	Gleichung	Ergebnis
$\sum_{a=1}^3 \sum_{b=1}^4 x_{ab} =$		$\prod_{k=1}^3 x_{k3} =$	
$\prod_{a=1}^3 \prod_{b=1}^4 x_{ab} =$		$\sum_{p=2}^3 x_{1p} =$	
$\sum_{a=1}^3 \prod_{b=1}^4 x_{ab} =$		$\prod_{a=1}^3 \sum_{b=1}^4 x_{ab} =$	