Statistik 1

Übung 5

Einleitung und Ziele der Übung

Herzlich Willkommen zur Übung Statistik 1.In dieser Übung werden wir zunächst üben Standardfehler zu bestimmen. Basierend auf dem Standardfehler des Mittelwerts wird dann ein Konfidenzintervall bestimmt, gefolgt von einer kleinen Aufgaben zu den beiden neuen Verteilungen (χ^2-Verteilung und t-Verteilung). Diese sollen Sie mit den zugehörigen Tabellen lösen. Anschliessend wird der Einstichproben-t-Test an einem Beispiel geübt.

Agenda

- Berechnung Standardfehler
- Konfidenzintervall für Mittelwerte (basierend auf der Normalverteilung)
- χ^2-Verteilung und t-Verteilung
- Einstichproben-t-Test

1. Berechnung Standardfehler - Einführung

In der Vorlesung haben Sie gelernt, dass der Standardfehler als Mass für die Präzision einer Schätzung dient. Inhaltlich ist der Standardfehler nichts anderes als die Standardabweichung der **Stichprobenkennwerteverteilung**. Je breiter diese Verteilung, desto grösser der Standardfehler.

1. Berechnung Standardfehler - Übung 1

Schauen Sie sich in der Formelsammlung zunächst die Berechnung der drei von uns angesprochenen Standardfehler an. Wovon ist die grösse des jeweiligen Standardfehlers nach der Formel abhängig? Wie wird er dadurch beeinflusst?

Gegeben seien folgende Kennwerte. Bestimmen Sie die drei (geschätzten) Standardfehler auf 2 NKS genau. Für π verwenden Sie bitte den Wert 3.14

- $s^2 = 9$
- $n = 16$
- $\hat{\sigma}_{\bar{x}} =$
- $\hat{\sigma}_{\tilde{x}} =$
- $\hat{\sigma}_{\hat{\sigma}^2} =$

Vergleichen Sie den Standardschätzfehler des Mittelwerts und Medians. Was fällt Ihnen auf?

1. Berechnung Standardfehler - Übung 2

Gegeben sei die folgende Stichprobe. Bestimmen Sie die drei (geschätzten) Standardfehler auf 2 NKS genau. Für π verwenden Sie bitte den Wert 3.14. Falls Sie Zwischenwerte berechnen, setzen Sie diese bitte mit 2 NKS genau in die Gleichungen ein.

VP	X
1	1
2	4
3	6
4	3
5	4
6	0

- $\hat{\sigma}_{\bar{x}} =$
- $\hat{\sigma}_{\tilde{x}} =$
- $\hat{\sigma}_{\hat{\sigma}^2} =$

2. Berechnung Konfidenzintervall - Einführung

Konfidenzintervalle beruhen auf einem geschätzten Kennwert, einer Verteilungsannahme zu diesem Kennwert, sowie dem zugehörigen Standardfehler. Sie schätzen, wo “Konfidenz” (Prozent) der Kennwerte liegen würden, wenn man die gleiche Studie sehr häufig exakt wiederholt (allerdings mit anderen Merkmalsträgern). Sie sagen **nicht(!)** aus, mit welcher Wahrscheinlichkeit der wahre Wert der Population enthalten ist.

Auf der nächsten Seite sollen Sie zunächst nur die drei Formeln für das Konfidenzintervall des Mittelwerts basierend auf der Normalverteilungsannahme bestimmen. Genauer schauen wir uns Konfidenzintervalle nochmals in der Vorlesung in Verbindung mit dem *t*-Test an.

2. Berechnung Konfidenzintervall - Übung

Wir verwenden die Stichprobe von zuvor. Der Mittelwert betrug 3, der zugehörige Standardfehler 0.89.

Berechnen Sie die Grenzen der Konfidenzintervalle für eine Konfidenz von 90%. Nutzen Sie die z-Tabelle. Wählen Sie die z-Werte so aus, dass sie *mindestens* die gewünschte Konfidenz erreichen. Bitte setzen Sie den exakten Wert aus der Tabelle ein. Runden Sie Ihr Ergebnis auf 2 NKS. Beachten Sie auch hier, dass das Konfidenzintervall nie zu klein sein darf.

- $KI_{90\%,1s} = (-\infty, obere\ G.] = (-\infty,$ [ ]
- $KI_{90\%,2s} = [untere\ G., obere\ G.] =[$ [ ] , [ ]
- $KI_{90\%,1s} = [untere\ G., \infty) =[$ [ ] $, \infty)$

Vergleichen Sie die berechneten Grenzen für das zweiseitige Konfidenzintervall mit denen der einseitigen Konfidenzintervalle. Was stellen Sie fest?

3. χ^2-Verteilung und t-Verteilung - Einführung

In der Vorlesung haben Sie die χ^2-Verteilung und t-Verteilung kennengelernt. Auch für diese existieren wieder Tabellen zur Verteilungsfunktion. Das Ablesen ist recht ähnlich zu den Tabellen, die Sie bereits kennen.

3. χ^2-Verteilung und t-Verteilung - Übung

Bestimmen Sie folgende Werte. Geben Sie bitte die Werte auf 4 NKS genau an.

- Das 90%-Perzentil der t-Verteilung bei 10 Freiheitsgraden
- Das 50%-Perzentil der t-Verteilung bei 80 Freiheitsgraden
- Das 20%-Perzentil der t-Verteilung bei 25 Freiheitsgraden
- Welchen Wert würden Sie für die Obergrenze eines 2-seitigen Konfidenzintervalls basierend auf der t-Verteilung bei 90% Konfidenz und $df = 20$ nutzen?
- Das 90%-Perzentil der χ^2-Verteilung bei 10 Freiheitsgraden
- Das 5%-Perzentil der χ^2-Verteilung bei 25 Freiheitsgraden

4. Einstichproben-t-Test - Einführung

Die nächste Übung wird sich auf das folgende Beispiel beziehen:

Ein Getränkehersteller gibt an, dass seine Flaschen im Mittel mit 500 ml befüllt werden.

Eine Kontrollbehörde entnimmt zufällig 10 Flaschen aus der Produktion und misst deren Füllmenge.

Es wird untersucht, ob die durchschnittliche Füllmenge von der Herstellerangabe abweicht.

4. Einstichproben-t-Test - Übung 1

Beantworten Sie folgende Fragen zu den Hypothesen des Fallbeispiels:

Die nächste Übung wird sich auf das folgende Beispiel beziehen:

Ein Getränkehersteller gibt an, dass seine Flaschen im Mittel mit 500 ml befüllt werden.

Eine Kontrollbehörde entnimmt zufällig 25 Flaschen aus der Produktion und misst deren Füllmenge.

Es wird untersucht, ob die durchschnittliche Füllmenge von der Herstellerangabe abweicht.

Ist die Hypothese gerichtet oder ungerichtet?

Wie lautet die statistische Nullhypothese?

Wie lautet die statistische Alternativhypothese?

Wie lautet die inhaltliche Nullhypothese?

Wie lautet die inhaltliche Alternativhypothese?

✓

4. Einstichproben-t-Test - Übung 2

Es wurden folgende 10 Werte (in ml) ermittelt:

502 503 506 512 510 503 511 505 507 495

Bestimmen Sie folgende Werte auf 2 NKS genau.

$\bar{x} =$

$s_x^2 =$

$s_x =$

$\hat{\sigma}_{\bar{X}} =$

$t_{emp} =$

Sie legen das Signifikanzniveau auf 5% fest. Wie lauten die beiden kritischen Werte (bitte so beim Runden vorgehen, wie beim Konfidenzintervall) Bitte den kleineren kritischen Wert zuerst berichten!

$t_{krit} =$

$t_{krit} =$

Das Ergebnis ist statistisch

Unter der Annahme einer ausreichenden Teststärke ist die Nullhypothese

Führen Sie den Einstichproben-t-Test in R durch.

$p =$ (wie immer 3 NKS)

✓